

# Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ' Λυκείου

## 10ο Φύλλο Εργασίας

1. Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μια συνάρτηση με  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2}{x} = 1$ . Να βρείτε τα όρια:

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \beta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2}{\eta\mu x} \quad \gamma. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|3-f^2(x)|+|f(x)-1|-2}{f(x)-2}.$$

2. Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μια συνάρτηση με  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ . Να βρείτε τα όρια:

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \beta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu f(x)}{f(x)} \quad \gamma. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(f(x))}{f(x)} \quad \delta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\eta\mu x) + \eta\mu f(x)}{x}$$

$$\epsilon. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (\sigma\upsilon\nu f(x) - 1)}{f^2(x)} \quad \sigma\tau. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \eta\mu \frac{1}{f(x)} \cdot \eta\mu f(x) \right).$$

3. Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μια συνάρτηση με  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2-\eta\mu x}{x^2+x} = 3$ . Να βρείτε τα όρια:

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \beta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2}{x} \quad \gamma. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^2(x)-4}{\eta\mu x} \quad \delta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\eta\mu x)-2}{\eta\mu x}.$$

4. Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μια συνάρτηση με  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1)f(x) + \sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \frac{25}{4}$ . Να βρείτε τα

$$\text{όρια: } \alpha. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad \beta. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 3f(x)}{\sqrt{f(x)+1} - 2}.$$

5. Έστω  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  συναρτήσεις για τις οποίες ισχύουν  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2-2x} = 16$  και

$$\lim_{x \rightarrow 2} [g(x)(x^4-16)] = 2. \text{ Να βρείτε το όριο } \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) \cdot g(x)).$$

6. Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μια περιττή συνάρτηση με  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)f(x) + \eta\mu(x - 2)}{\sqrt{x + 7} - 3} = 30$ . Να

βρείτε τα όρια: **α.**  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  . **β.**  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$  .

7. Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μια άρτια συνάρτηση με  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - x}{x^2 - 9} = 2$ . Να βρείτε τα όρια:

**α.**  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  . **β.**  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$  .

8. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  ώστε να ισχύει:

**α.**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + ax + \beta}{x^2 + 3x + 2} = 5$ . **β.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x + a\sqrt{x + 4} + \beta}{\eta\mu 5x} = 1$ . **γ.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax^2 + \beta x}{x^2 - 3x + 2} = 2$ .

9. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu(ax - a)}{x^2 - 1}, & x > 1 \\ \frac{x^2 + ax + \beta}{x - 1}, & x < 1 \end{cases}$ . Να βρείτε τους πραγματικούς

αριθμούς  $a \neq 0$  και  $\beta$ , ώστε να υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

10. Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2x + 4}{\sqrt{x + 1} - 2} = 16$ .

Να βρείτε τα όρια:

**α.**  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  .

**β.**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2}{x - 3}$  .

**γ.** Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ , ώστε να ισχύει

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^3(x) + \alpha f(x) + \beta}{x^2 - 9} = 5$  .

**ΣΥΛΛΟΓΗ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: ΖΑΡΚΑΔΟΥΛΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ**