

## ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΙΑΣ ΓΩΝΙΑΣ

### Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 242 - 243

#### Ερωτήσεις κατανόησης

##### Ερώτηση 1.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

α) Αν  $\eta\mu^2\omega = \frac{3}{5}$  τότε  $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{2}{5}$  (Σ) , διότι  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

β) Αν  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$  τότε δεν ορίζεται η εφω (Σ) , διότι  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

γ) Για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύει  $\eta\mu^2\omega = \sigma\upsilon\nu^2\omega - 1$  (Λ) , διότι  $\eta\mu^2\omega = 1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega$

δ) Αν  $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$  και  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{12}{13}$  τότε  $\epsilon\phi\omega = \frac{5}{12}$  (Σ) διότι  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

##### Ερώτηση 2.

Ο Στέφανος ισχυρίζεται ότι δεν υπάρχει γωνία  $\omega$  τέτοια ώστε  $\eta\mu\omega = 0$  και  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$ . Έχει δίκιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

##### Λύση

Ναι έχει δίκιο διότι  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  ,οπότε αν υπήρχε τέτοια γωνία θα έπρεπε να ισχύει η ισότητα  $0^2 + 0^2 = 1$  δηλαδή  $0 = 1$  .

##### Ερώτηση 3.

Να συμπληρώσετε τα κενά στα παρακάτω προτάσεις

α) Αν  $\eta\mu\omega = 1$  τότε  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$

β) Αν  $\eta\mu\omega = 0$  τότε  $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$  ή  $\sigma\upsilon\nu\omega = -1$

##### Ερώτηση 4.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση . Αν  $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$  , τότε το  $\sigma\upsilon\nu\omega$  είναι ίσο με

α)  $\frac{2}{5}$       β)  $\frac{4}{5}$       γ)  $\frac{2}{5}$  ή  $-\frac{2}{5}$       δ)  $\frac{4}{5}$  ή  $-\frac{4}{5}$

### λύση

Αν  $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ , η σχέση  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  γίνεται  $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

Επομένως,  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{4}{5}$  ή  $-\frac{4}{5}$  **(δ)**

## Ασκήσεις

### Άσκηση 1.

Αν για την οξεία γωνία  $\omega$  ισχύει  $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$ , τότε να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

### λύση

$$\sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 - \eta\mu^2\omega = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$$

$$\text{Άρα } \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{12}{13} \text{ ή } \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{12}{13}$$

Και επειδή η γωνία  $\omega$  είναι οξεία, θα είναι  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{12}{13} > 0$

$$\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$$

### Άσκηση 2.

Αν για την αμβλεία γωνία  $\omega$  ισχύει  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{1}{3}$ , τότε να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

### λύση

$$\eta\mu^2\omega = 1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

Και επειδή η γωνία  $\omega$  είναι αμβλεία, θα είναι  $\eta\mu\omega = \frac{\sqrt{8}}{3} > 0$

$$\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{\frac{\sqrt{8}}{3}}{-\frac{1}{3}} = -\sqrt{8}$$

### Άσκηση 3.

Αν για την οξεία γωνία  $\omega$  ισχύει  $\varepsilon\varphi\omega = \frac{3}{4}$ , τότε να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

#### λύση

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{3}{4} \quad \text{άρα} \quad \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{3}{4} \quad \text{άρα} \quad \eta\mu\omega = \frac{3}{4} \sigma\upsilon\nu\omega \quad (1)$$

Η σχέση  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  γίνεται:

$$\frac{9}{16} \sigma\upsilon\nu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{4}{5} \quad \text{ή} \quad \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$$

Και επειδή η γωνία  $\omega$  είναι οξεία, θα είναι  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{4}{5} > 0$

Από τη σχέση (1) παίρνουμε ότι:  $\eta\mu\omega = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

### Άσκηση 4.

Αν για την αμβλεία γωνία  $\omega$  ισχύει  $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$ , τότε να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = \frac{1}{3} \eta\mu\omega + \frac{2}{3} \sigma\upsilon\nu\omega - \frac{1}{10} \varepsilon\varphi\omega.$$

#### λύση

Δουλεύοντας όπως στη άσκηση (1) και λαμβάνοντας υπ' όψη ότι

$\sigma\upsilon\nu\omega < 0$  και  $\varepsilon\varphi\omega < 0$  βρίσκουμε ότι  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{3}{5}$  και  $\varepsilon\varphi\omega = -\frac{4}{3}$

$$\text{Άρα} \quad A = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{3} \left( -\frac{3}{5} \right) - \frac{1}{10} \left( -\frac{4}{3} \right) = \dots = 0$$

### Άσκηση 5.

Να αποδείξετε ότι

$$\alpha) \eta\mu^3\omega + \eta\mu\omega \sigma\upsilon\nu^2\omega = \eta\mu\omega \quad \beta) \sigma\upsilon\nu^2\omega - \sigma\upsilon\nu^4\omega = \eta\mu^2\omega \sigma\upsilon\nu^2\omega$$

#### λύση

$$\alpha) \eta\mu^3\omega + \eta\mu\omega \sigma\upsilon\nu^2\omega = \eta\mu\omega(\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega) = \eta\mu\omega \cdot 1 = \eta\mu\omega$$

$$\beta) \sigma\upsilon\nu^2\omega - \sigma\upsilon\nu^4\omega = \sigma\upsilon\nu^2\omega(1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega) = \sigma\upsilon\nu^2\omega \eta\mu^2\omega$$

### Άσκηση 6.

Αν  $x = 3\sigma\upsilon\nu\omega$  και  $y = 3\eta\mu\omega$ , τότε να αποδείξετε ότι

**α)**  $x\sigma\upsilon\nu\omega + y\eta\mu\omega = 3$       **β)**  $x^2 + y^2 = 9$

#### λύση

**α)**

$$\begin{aligned}x\sigma\upsilon\nu\omega + y\eta\mu\omega &= 3\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega + 3\eta\mu\omega \cdot \eta\mu\omega = \\ &= 3\sigma\upsilon\nu^2\omega + 3\eta\mu^2\omega = \\ &= 3(\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega) = \\ &= 3 \cdot 1 = 3\end{aligned}$$

**β)**

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (3\sigma\upsilon\nu\omega)^2 + (3\eta\mu\omega)^2 = \\ &= 9\sigma\upsilon\nu^2\omega + 9\eta\mu^2\omega = \\ &= 9(\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega) = \\ &= 9 \cdot 1 = 9\end{aligned}$$

### Άσκηση 7.

Να αποδείξετε ότι

**α)**  $\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1$       **β)**  $\eta\mu^2\alpha\sigma\upsilon\nu^2\beta + \eta\mu^2\alpha\eta\mu^2\beta + \sigma\upsilon\nu^2\alpha = 1$

#### λύση

**α)**

$$\begin{aligned}\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha &= \\ \sigma\upsilon\nu^2\alpha - (1 - \sigma\upsilon\nu^2\alpha) &= \\ \sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1 + \sigma\upsilon\nu^2\alpha &= \\ 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1 &\end{aligned}$$

**β)**

$$\begin{aligned}\eta\mu^2\alpha\sigma\upsilon\nu^2\beta + \eta\mu^2\alpha\eta\mu^2\beta + \sigma\upsilon\nu^2\alpha &= \\ \eta\mu^2\alpha(\sigma\upsilon\nu^2\beta + \eta\mu^2\beta) + \sigma\upsilon\nu^2\alpha &= \\ \eta\mu^2\alpha \cdot 1 + \sigma\upsilon\nu^2\alpha &= \\ \eta\mu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\alpha &= 1\end{aligned}$$

### Άσκηση 8.

Να αποδείξετε ότι

$$\alpha) (\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 + (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)^2 = 2$$

$$\beta) (\alpha \eta\mu\omega + \beta\sigma\upsilon\nu\omega)^2 + (\beta\eta\mu\omega - \alpha\sigma\upsilon\nu\omega)^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

λύση

$\alpha)$

$$(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 + (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)^2 =$$

$$\eta\mu^2\omega + 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega + \eta\mu^2\omega - 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega =$$

$$2\eta\mu^2\omega + 2\sigma\upsilon\nu^2\omega =$$

$$2(\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega) = 2 \cdot 1 = 2.$$

$\beta)$

$$(\alpha \eta\mu\omega + \beta\sigma\upsilon\nu\omega)^2 + (\beta\eta\mu\omega - \alpha\sigma\upsilon\nu\omega)^2 =$$

$$\alpha^2\eta\mu^2\omega + 2\alpha\beta\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega + \beta^2\sigma\upsilon\nu^2\omega + \beta^2\eta\mu^2\omega - 2\alpha\beta\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega + \alpha^2\sigma\upsilon\nu^2\omega =$$

$$\alpha^2\eta\mu^2\omega + \beta^2\sigma\upsilon\nu^2\omega + \beta^2\eta\mu^2\omega + \alpha^2\sigma\upsilon\nu^2\omega =$$

$$(\alpha^2 + \beta^2)\eta\mu^2\omega + (\alpha^2 + \beta^2)\sigma\upsilon\nu^2\omega =$$

$$(\alpha^2 + \beta^2)(\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega) = (\alpha^2 + \beta^2) \cdot 1 = \alpha^2 + \beta^2$$

### Άσκηση 9.

Να αποδείξετε ότι

$$\alpha) \sigma\upsilon\nu^2x\epsilon\varphi^2x + \sigma\upsilon\nu^2x = 1$$

$$\beta) \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{1 + \epsilon\varphi x} = \sigma\upsilon\nu x$$

λύση

$\alpha)$

$$\sigma\upsilon\nu^2x\epsilon\varphi^2x + \sigma\upsilon\nu^2x = \sigma\upsilon\nu^2x \cdot \frac{\eta\mu^2x}{\sigma\upsilon\nu^2x} + \sigma\upsilon\nu^2x = \eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu^2x = 1$$

$\beta)$

$$\frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{1 + \epsilon\varphi x} = \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{1 + \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}} = \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{\frac{\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}} = \frac{\sigma\upsilon\nu x(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)}{\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x} = \sigma\upsilon\nu x$$

### Άσκηση 10.

Να αποδείξετε ότι

$$\alpha) \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \eta\mu x} = 1 - \eta\mu x \qquad \beta) \epsilon\phi x + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}$$

λύση

α)

$$\frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \eta\mu x} = \frac{1 - \eta\mu^2 x}{1 + \eta\mu x} = \frac{(1 - \eta\mu x)(1 + \eta\mu x)}{1 + \eta\mu x} = 1 - \eta\mu x$$

β)

$$\epsilon\phi x + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x} = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x} = \frac{\eta\mu x(1 + \eta\mu x)}{\sigma\upsilon\nu x(1 + \eta\mu x)} + \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x(1 + \eta\mu x)} = \frac{\eta\mu x(1 + \eta\mu x) + \sigma\upsilon\nu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x(1 + \eta\mu x)} =$$

$$\frac{\eta\mu x + \eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x(1 + \eta\mu x)} = \frac{\eta\mu x + 1}{\sigma\upsilon\nu x(1 + \eta\mu x)} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}$$

### Άσκηση 11.

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

α)  $\eta\mu 50^\circ \eta\mu 130^\circ - \sigma\upsilon\nu 50^\circ \sigma\upsilon\nu 130^\circ$

β)  $\eta\mu^2 14^\circ + \eta\mu^2 114^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 166^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 66^\circ$

λύση

α)

Επειδή  $50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$ , θα είναι  $\eta\mu 130^\circ = \eta\mu 50^\circ$  και  $\sigma\upsilon\nu 130^\circ = -\sigma\upsilon\nu 50^\circ$

Οπότε:  $\eta\mu 50^\circ \eta\mu 130^\circ - \sigma\upsilon\nu 50^\circ \sigma\upsilon\nu 130^\circ =$

$$\eta\mu 50^\circ \eta\mu 50^\circ - \sigma\upsilon\nu 50^\circ (-\sigma\upsilon\nu 50^\circ) = \eta\mu^2 50^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 50^\circ = 1$$

β)

Επειδή  $166^\circ + 14^\circ = 180^\circ$ , θα είναι  $\eta\mu 166^\circ = \eta\mu 14^\circ$  και  $\sigma\upsilon\nu 166^\circ = -\sigma\upsilon\nu 14^\circ$

και αφού  $114^\circ + 66^\circ = 180^\circ$ , θα είναι  $\eta\mu 114^\circ = \eta\mu 66^\circ$

Οπότε  $\eta\mu^2 14^\circ + \eta\mu^2 114^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 166^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 66^\circ =$

$$\eta\mu^2 14^\circ + (\eta\mu 66^\circ)^2 + (-\sigma\upsilon\nu 14^\circ)^2 + \sigma\upsilon\nu^2 66^\circ =$$

$$\eta\mu^2 14^\circ + \eta\mu^2 66^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 14^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 66^\circ =$$

$$(\eta\mu^2 14^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 14^\circ) + (\eta\mu^2 66^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 66^\circ) = 1 + 1 = 2$$

### Άσκηση 12.

Να αποδείξετε ότι

$$\alpha) \varepsilon\varphi 70^\circ \sigma\upsilon\nu 70^\circ - \varepsilon\varphi 110^\circ \sigma\upsilon\nu 110^\circ = 0$$

$$\beta) \varepsilon\varphi^2 40^\circ \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 140^\circ = 1$$

λύση

α)

$$70^\circ + 110^\circ = 180^\circ \quad \text{άρα } \eta\mu 110^\circ = \eta\mu 70^\circ \quad (1)$$

$$\varepsilon\varphi 70^\circ \sigma\upsilon\nu 70^\circ - \varepsilon\varphi 110^\circ \sigma\upsilon\nu 110^\circ = \frac{\eta\mu 70^\circ}{\sigma\upsilon\nu 70^\circ} \sigma\upsilon\nu 70^\circ - \frac{\eta\mu 110^\circ}{\sigma\upsilon\nu 110^\circ} \sigma\upsilon\nu 110^\circ = \eta\mu 70^\circ - \eta\mu 110^\circ \stackrel{(1)}{=} 0$$

β)

$$140^\circ + 40^\circ = 180^\circ \quad \text{άρα } \sigma\upsilon\nu 140^\circ = -\sigma\upsilon\nu 40^\circ \quad (2)$$

$$\varepsilon\varphi^2 40^\circ \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 140^\circ = \frac{\eta\mu^2 40^\circ}{\sigma\upsilon\nu^2 40^\circ} \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 140^\circ = \eta\mu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 140^\circ \stackrel{(2)}{=} \eta\mu^2 40^\circ + (-\sigma\upsilon\nu 40^\circ)^2 = \eta\mu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ = 1$$

### Άσκηση 13.

Αν είναι  $\alpha = 30^\circ$  και  $\beta = 60^\circ$ , τότε να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2 x \eta\mu\alpha\eta\mu\beta + \sigma\upsilon\nu^2 x \sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \frac{\sqrt{3}}{4}$

λύση

$$\eta\mu^2 x \eta\mu\alpha\eta\mu\beta + \sigma\upsilon\nu^2 x \sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu^2 x \eta\mu 30^\circ \eta\mu 60^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 x \sigma\upsilon\nu 30^\circ \sigma\upsilon\nu 60^\circ =$$

$$(\eta\mu^2 x) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + (\sigma\upsilon\nu^2 x) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} (\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

### Μαθηματικό αίνιγμα

#### Άσκηση 14.

Είναι γωνία όχι οξεία. Ημίτονο έχει τον αριθμό  $\frac{\lambda + 1}{\lambda + 2}$  και συνημίτονο έχει τον αριθμό  $\frac{\lambda}{\lambda + 2}$

Ποια γωνία είναι ;

### λύση

Αν  $\omega$  είναι η ζητούμενη γωνία τότε  $\eta\mu\omega = \frac{\lambda+1}{\lambda+2}$  και  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\lambda}{\lambda+2}$

Οπότε η σχέση  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  γίνεται

$$\left(\frac{\lambda+1}{\lambda+2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\lambda+2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{\lambda^2 + 2\lambda + 1}{\lambda^2 + 4\lambda + 4} + \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + 4\lambda + 4} = 1 \Leftrightarrow \lambda^2 + 2\lambda + 1 + \lambda^2 = \lambda^2 + 4\lambda + 4$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0.$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = 3 \text{ ή } -1$$

- Για  $\lambda = 3$ , είναι  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\lambda}{\lambda+2} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5} > 0$  άτοπο,

αφού  $\omega$  όχι οξεία, δηλαδή  $\sigma\upsilon\nu\omega \leq 0$ .

- Για  $\lambda = -1$ , είναι  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\lambda}{\lambda+2} = \frac{-1}{-1+2} = -1$

$$\text{και } \eta\mu\omega = \frac{\lambda+1}{\lambda+2} = \frac{-1+1}{-1+2} = \frac{0}{1} = 0. \text{ Οπότε } \omega = 180^\circ$$