



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ 2ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

1. Αν $f(x) = x^2 - x$ να λυθεί η εξίσωση: $f(x+1) - 2f(x) + 3f(0) = f(1)$

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x$. Αν $1 - 2\kappa = \frac{1}{\lambda}$ να δείξετε ότι:

$$f(\kappa - \lambda) - f(\kappa) - \lambda^2 > 0$$

3. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = f(x) = \begin{cases} |x-1|, & x < 0 \\ \kappa x + 3\lambda, & 0 \leq x < 1 \\ \lambda x^2 + \kappa x, & x \geq 1 \end{cases}$

Να προσδιοριστούν οι κ, λ ώστε: $f(-2) = f(1/2)$ και $f(1) = f(2) - 5$

4. Να προσδιορίσετε τους κ, λ ώστε για τη συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} \kappa x + 2\lambda, & x \leq 0 \\ \kappa^2 x + \lambda^2 + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

να ισχύει: $f(-1) = f(1)$

5. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^3 + x^2$.

Αν $|\alpha| \leq 1$ να δείξετε ότι: $f(1+\alpha) - f(2+5\alpha) \leq 5\alpha^2$

6. Για τη συνάρτηση με τύπο: $f(x) = \frac{1}{1-x}$ να δείξετε ότι: $f(f(f(x))) = x$, $x \neq 0, 1$

7. Θεωρούμε τη συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει: $g(\alpha + \beta) = g(\alpha) + g(\beta)$

Να δειχθεί ότι ισχύει:

α. $g(0) = 0$

β. $g(-\alpha) = -g(\alpha)$